

Téma 3. Řešené příklady

1. Zákazník si chce koupit sáček mléka a konzervu. V obchodě je 30 sáčků mléka, z toho 5 z minulého dne a 20 konzerv s nečitelným datem výroby, z toho 1 s prošlou záruční dobou. Jaká je pravděpodobnost, že si zákazník koupí dnešní mléko a konzervu v záruce?

Řešení:

$$P(A) = \frac{25}{30} \cdot \frac{19}{20} = 0,792$$

2. Házíme 2 hracími kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že součet čísel na kostkách bude větší než 3 ?

Řešení:

$$P(A) = \frac{33}{36} = 0,917$$

3. V antikvariátu mají knihy, z nichž 10% má vytrženou stranu, 30% je popsáno poznámkami a 65% knih je bez závad. Jaká je pravděpodobnost, že kniha, kterou si koupíte, je sice popsána poznámkami, ale má všechny strany ?

Řešení:

VSkniha má vytrženou stranu,

PP kniha je popsána poznámkami,

BZ.....kniha je bez závad,

Z ... kniha má závady.

$$P(VS) = 0,1 ; P(PP) = 0,3 ; P(BZ) = 0,65 ; P(Z) = 1 - 0,65 = 0,35 .$$

$$\text{Lze psát: } P(VS) + P(PP) - P(VS \cap PP) = 0,35 \Rightarrow 0,1 + 0,3 - P(VS \cap PP) .$$

$$P(VS \cap PP) = 0,4 - 0,35 = 0,05 .$$

$$\text{Hledaná pravděpodobnost je tedy: } P(PP) - P(PP \cap VS) = 0,3 - 0,05 = 0,25 .$$

4. Na výrobě televizí zn. Tesla se podílejí 4 dodavatelé součástek. První dodává 25 % součástek a má 2 %-ní zmetkovost, druhý dodává také 25 % součástek a má 1 %-ní zmetkovost, třetí dodává 35 % součástek a má 3 %-ní zmetkovost, čtvrtý dodává 15 % součástek a má 1 %-ní zmetkovost. Koupíme-li si televizi zn. Tesla, jaká je pravděpodobnost, že

a) bude bez závad,

b) bude vadná ?

Řešení:

$$\text{a) } P(A) = 0,25 \cdot 0,98 + 0,25 \cdot 0,99 + 0,35 \cdot 0,97 + 0,15 \cdot 0,99 = 0,9805$$

$$\text{b) } P(B) = 1 - P(A) = 0,0195$$

5. 40 % zaměstnanců firmy umí anglicky, 35 % zaměstnanců umí německy a 15 % hovoří oběma jazyky. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný zaměstnanec

a) umí anglicky nebo německy,

b) neumí žádný z těchto jazyků,

c) umí německy, ale neumí anglicky?

Řešení:

a) $P(A) = 0,4 + 0,35 - 0,1 = 0,6$

b) $P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$

c) $P(C) = 0,35 - 0,15 = 0,2$

6. Statistky uvádějí, že 5% mládeže do 18 let je alergická na léky, 2% na pyl a 0,8% na léky i na pyl. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný mladý člověk

a) bude alergický zároveň na pyl i na léky,

b) bude alergický pouze na léky,

c) bude alergický na pyl nebo na léky,

d) nebude alergický na pyl,

e) nebude alergický na léky,

f) nebude alergický ani na léky ani na pyl?

Řešení:

a) $P(A) = 0,008$

b) $P(B) = 0,042$

c) $P(C) = 0,062$

d) $P(D) = 0,98$

e) $P(E) = 0,95$

f) $P(F) = 0,938$

7. V prvním koši je 9 červených jablek a 2 jablka zelená, ve druhém koši je 8 jablek červených a 1 jablko zelené. Z prvního koše bylo náhodně vybráno jedno jablko a přeřazeno do druhého koše. Z druhého koše bylo potom vybráno jedno jablko. Jaká je pravděpodobnost, že je toto jablko zelené ?

Řešení:

$$P(A) = \frac{9}{11} \cdot \frac{1}{10} + \frac{2}{11} \cdot \frac{2}{10} = 0,118$$

8. Máme možnost vybrat si dvě ze čtyř krabic, z nichž 1 je prázdná a ve třech krabicích je šunková pizza. S jakou pravděpodobností ukážeme na krabice se šunkovou pizzou ?

Řešení:

$$P(A) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = 0,5$$

9. Na mysliveckém plese byla tombola. Prodal se 420 lístků, z nichž 30 je výherních. Jaká je pravděpodobnost, že

a) koupíme-li si jediný lístek, vyhraje,

b) koupíme-li si 3 lístky, na všechny 3 vyhraje,

c) koupíme-li si 10 lístků, nevyhraje nic ?

Řešení:

a) $P(A) = \frac{30}{420} = 0,0714$

b) $P(B) = \frac{30}{420} \cdot \frac{29}{419} \cdot \frac{28}{418} = 0,000331$

$$c) P(C) = \frac{\binom{390}{10} \cdot \binom{30}{0}}{\binom{420}{10}} = 0,472$$

10. Družstvo kryje svou potřebu ovocných stromků od dvou dodavatelů. Od prvního dodavatele kupuje 70% - pravděpodobnost, že se stromky ujmou, je 0,9. Od druhého dodavatele kupuje 30% - pravděpodobnost, že se stromky ujmou, je 0,8.

Jaká je pravděpodobnost, že se náhodně vybraný stromek po zasazení ujme?

Řešení:

$$P(A) = 0,7 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,87$$

11. Ocelové odlitky jsou kontrolovány rentgenem, který odhalí chybu s 98%-ní spolehlivostí a kvalitní odlitek označí za vadný s pravděpodobností 0,001. Je známo, že vada se vyskytuje u 0,3% odlitků. Jaká je pravděpodobnost, že odlitek označený přístrojem za vadný je opravdu vadný?

Řešení:

T_vvýrobek je označen rentgenem jako vadný (uvědomte si, že jev T_v lze rozložit na dva disjunktí jevy: a) jev výrobek je skutečně vadný a je označen za vadný $V \cap T_v$, b) na jev výrobek je kvalitní a přesto je označen rentgenem za vadný $K \cap T_v$);

V výrobek je vadný,

K výrobek je kvalitní.

Víme, že

$$P(T_v | V) = 0,98 ; \quad P(T_v | K) = 0,001 ; \quad P(V) = 1 - P(K) = 0,003 ; \quad \text{tedy } P(K) = 0,997$$

$$P(V | T_v) = \frac{P(V \cap T_v)}{P(T_v)} = \frac{P(T_v | V) \cdot P(V)}{P(T_v | V) \cdot P(V) + P(T_v | K) \cdot P(K)} = \frac{0,98 \cdot 0,003}{0,98 \cdot 0,003 + 0,001 \cdot 0,997} = 0,7467$$

Hledaná pravděpodobnost je 0,7467.

12. Student má sirky i zapalovač. Pravděpodobnost, že použije zapalovač je 0,58. Zároveň má poslední tři cigarety. Jaká je pravděpodobnost, že dvě z nich si zapálí zapalovačem?

Řešení:

$$P(A) = (0,58 \cdot 0,58 \cdot 0,42) \cdot 3 = 0,424$$

13. Zemědělec skladuje 32 pytlů brambor, mezi nimiž jsou 3 pytle s namrzlými bramborami. Brambory prodá osmi odběratelům, každému po 4 pytlích. Jaká je pravděpodobnost, že některý z odběratelů koupí alespoň 2 pytle namrzlých brambor?

Řešení:

Návod:

Pravděpodobnost, že jeden odběratel dostane 2 pytle namrzlých brambor je

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{29}{2}}{\binom{32}{4}} = 0,0338709 .$$

Pravděpodobnost, že jeden odběratel dostane 3 pytle namrzlých brambor, je

$$P(B) = \frac{\binom{3}{0} \cdot \binom{29}{1}}{\binom{32}{4}} = 0,000806 .$$

Pravděpodobnost, že některý z osmi odběratelů dostane 2 pytle namrzlých brambor, je

$$P(2) = 8 \cdot 0,0038709 = 0,271 .$$

Pravděpodobnost, že některý z osmi odběratelů dostane 3 pytle namrzlých brambor, je

$$P(3) = 8 \cdot 0,000806 = 0,00645 .$$

Hledaná pravděpodobnost $P(V) = 0,271 + 0,006 = 0,277$

14. Podnikatel má 2 auta: s benzinovým motorem a s naftovým motorem. Pravděpodobnost, že při teplotě $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ do 5 minut nenastartuje auto s benzinovým motorem, je 0,3; pravděpodobnost, že nenastartuje auto s naftovým motorem, je 0,6. Pravděpodobnost, že nenastartuje ani jedno z nich, je 0,18. Jaká je pravděpodobnost, že

- alespoň jedno auto nastartuje,
- žádné auto nenastartuje ?

Řešení:

$$\text{a) } P(A) = 1 - 0,3 \cdot 0,6 = 0,82$$

$$\text{b) } P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18$$