

## Téma 6. Řešené příklady

1. Odborníci uvádějí, že mladí lidé méně čtou. Zatímco před deseti lety student gymnázia přečetl v průměru 30 knih ročně, měla by být tato hodnota v současné době významně nižší. Rozhodněte, zda mají odborníci pravdu, znáte-li údaje o počtu přečtených knih za rok. Ty poskytlo 13 náhodně vybraných studentů - viz tab. 1.

**Tab. 1**

Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Počet přečtených knih za rok	10	25	28	15	41	27	25	10	25	40	10	20	18

Volte  $\alpha = 0,05$ .

Řešení:

$$H_0 : \mu \geq 30 \quad t = -2,589$$

$$H_A : \mu < 30 \quad p_{\text{levostr.}} = 0,0118$$

$H_0$  se zamítá ve prospěch  $H_A$ .

2. Firmy Bravo a Happy Day garantují zákazníkům minimálně 50-ti procentní obsah pomerančové šťávy v pomerančových nektarech. Laboratorními zkouškami byly v osmi náhodně vybraných vzorcích naměřeny hodnoty, uvedené v tab. 2.

**Tab. 2**

Obsah pomerančové šťávy v %

Bravo	58,8	50,2	53,5	49,4	51,7	47,9	50,3	53,8
Happy Day	51,1	49,7	53,8	52,3	50,5	49,1	52,8	57,1

Otestujte, zda uvedené firmy dodržují své závazky vůči zákazníkům.

Řešení:

$$H_0 : \mu \geq 50$$

$$H_A : \mu < 50$$

$$\text{Bravo:} \quad t = 1,61 \quad p_{\text{levostr.}} = 0,924 \quad H_0 \text{ se nezamítá ve prospěch } H_A.$$

$$\text{Happy Day:} \quad t = 2,24 \quad p_{\text{levostr.}} = 0,970 \quad H_0 \text{ se nezamítá ve prospěch } H_A.$$

3. Zvídáný student ZF pozoroval 10 po sobě následujících pracovních dnů, jak jezdí v Branišovské ulici linka č. 1 a č. 3 MHD. Linka č. 1 má stanovený příjezd v 7:38 a linka č. 3 má stanovený příjezd v 7:46.

Chtěl vědět, která linka je spolehlivější v tom slova smyslu, že má nižší variabilitu odchylek od jízdního řádu. Pro účely šetření zavedl následující stupnici:

- 0 ..... příjezd ve stanovený čas,
- 1 ..... 1 minuta zpoždění,
- 1 ..... příjezd o 1 minutu dříve.

Naměřil hodnoty, uvedené v tabulce 3.

**Tab. 3**

Linka č. 1	0	2	4	-3	2	-4	-3	0	0	5
Linka č. 3	4	6	3	0	-2	2	0	1	1	0

Hodnoty výběrových rozptylů  $s^2_1, s^2_3$  signalizují, že linka č.1 je nespolehlivější. Je tomu skutečně tak? Student údaje vyhodnotil. K jakému závěru dospěl? S jakou maximální spolehlivostí je prokazatelné, že linka č.1 má vyšší variabilitu?

*Řešení:*

Hypotézu ověříme testem.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_3^2 \quad F = 1,693$$

$$H_A : \sigma_1^2 > \sigma_3^2 \quad p_{\text{pravost.}} = 0,222$$

$H_0$  se nezamítá ve prospěch  $H_A$ . Chceme – li tvrdit, že linka č. 1 má vyšší variabilitu odchylek od jízdního řádu, pak naše tvrzení má spolehlivost 77,8%.

4. Management hypermarketu chce změnit způsob prezentace slev zboží, aby více upoutal pozornost zákazníků a tím zesílil motivaci ke koupi. Provedl proto pokus: náhodně vybral 10 ochotných návštěvníků hypermarketu, kterým formou testu položil 30 otázek, týkajících se prodávaného zboží. Správně zodpovězená otázka byla hodnocena jedním bodem. Poté se změnil způsob prezentace zboží a pokus se stejnými otázkami byl znovu opakován. (Pochopitelně s jinými zákazníky.) Výsledky jsou uvedeny v tabulce 4.

**Tab. 4**

Zákazník	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Počet bodů (starý způsob prezentace)	25	10	18	28	21	27	12	24	23	30
Počet bodů (nový způsob prezentace)	27	25	30	23	29	30	29	25	27	21

Vyhovuje nový způsob prezentace zboží záměrům managementu? S jakou spolehlivostí je tato skutečnost prokazatelná?

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

$$H_0 : \mu_{ST} \geq \mu_N$$

$$H_A : \mu_{ST} < \mu_N$$

Pomocný test:

$$H_0 : \sigma_{ST}^2 = \sigma_N^2$$

$$H_A : \sigma_{ST}^2 \neq \sigma_N^2$$

$F = 4,734 \quad p = 0,03$ ; rozdíl v rozptylech je průkazný.

$$t = -2,0698 \quad p_{\text{levost.}} = 0,029773 \quad H_0 \text{ se zamítá ve prospěch } H_A \text{ se spolehlivostí max.} \\ = (1-0,02977) \cdot 100 = 97,023 \% .$$

5. Otestujte, zda je výkon motoru firmy Honda při stejném zatížení stejný jako výkon motoru firmy Mercedes, vycházíte-li z údajů uvedených v tab. 5.

**Tab. 5**

Výkony motorů po třech hodinách provozu (kW)

Motor	1	2	3	4	5	6	7	8
Honda (kW)	45	47	46	45	47	49	46	44
Mercedes (kW)	44	48	47	43	48	44	48	45

S jakou maximální spolehlivostí je rozdíl ve výkonech motorů obou firem prokazatelný?

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

$$H_0 : \mu_H = \mu_M$$

$$H_A : \mu_H \neq \mu_M$$

Pomocný test:

$$H_0 : \sigma_H^2 = \sigma_M^2$$

$$H_A : \sigma_H^2 \neq \sigma_M^2$$

$F = 1,8296$      $p = 0,444$ ; rozdíl v rozptylech je neprůkazný.

$t = 0,271$      $p = 0,791$      $H_0$  se nezamítá ve prospěch  $H_A$ .

6. Majitel pizzerie má dvě provozovny vykazující v průměru zhruba stejné tržby. Chce zjistit, zda zavedení nové služby - roznášky do domu - výrazně ovlivní výši tržeb. Proto učinil pokus. V provozovně A zavedl novou službu a v provozovně B nikoli. Protože ví, že zákazníkům je třeba dát čas, aby si na novou službu zvykli, začal až po měsíci provozu zaznamenávat týdenní tržby. Údaje (v tis. Kč) jsou uvedeny v tabulce 6.

**Tab. 6**

Tržby provozoven (tis. Kč)

Týden	Provozovna A	Provozovna B
1	85,2	86,4
2	90,1	89,6
3	89,9	87,1
4	92,9	90,2
5	101,5	103,3
6	110,6	104,7
7	108,4	105,3
8	110,2	110,1
9	90,4	84,9
10	87,8	91,1
11	74,9	78,4
12	69,9	63,7

Po dvanácti týdnech pokus ukončil a data vyhodnotil. Zkuste to také. Doporučíte majiteli roznášku do domu zrušit?

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

$$H_0 : \mu_A \leq \mu_B$$

$$H_A : \mu_A > \mu_B$$

Pomocný test:

$$H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

$$H_A : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$$

$F = 1,07$      $p = 0,91$ ; rozdíl v rozptylech je neprůkazný

$t = -0,073$      $p_{\text{pravost.}} = 0,535$      $H_0$  se nezamítá ve prospěch  $H_A$ .

7. Majitel má dva vinohrady o stejné rozloze, stáří i odrůdě vinné révy. Je známo, že nejpříhodnějším místem k pěstování vinné révy jsou svahy nakloněné k jihu, s dostatkem slunečního světla, chráněné před chladnějšími větry. V našem případě je však jeden z vinohradů vysázen na jihovýchodní straně kopce a druhý na jihozápadní straně. Zjistěte, zda poloha vinohradu má vliv na

- a) vyrovnanost výnosů,
- b) výnosnost vinohradu,

máte-li k dispozici data o výnosnosti z náhodně vybraných minulých sklizní - viz tabulka č.7.

**Tab. 7**

Výnosnost (kg)

Jihovýchodní svah	215	289	311	276	250	301	312
Jihozápadní svah	273	290	330	318	279	290	265

*Řešení:*

a)  $H_0 : \sigma_{JV}^2 = \sigma_{JZ}^2$

$H_A : \sigma_{JV}^2 \neq \sigma_{JZ}^2$

$F = 2,257 \quad p = 0,345 \quad H_0$  se nezamítá ve prospěch  $H_A$ .

b) Jedná se o nezávislé výběry

$H_0 : \mu_{JV} = \mu_{JZ}$

$H_A : \mu_{JV} \neq \mu_{JZ}$

$t = -0,802 \quad p = 0,438 \quad H_0$  se nezamítá ve prospěch  $H_A$ .

8. Bylo vybráno 10 vepřů ze stejného vrhu. Vepři byli zváženi a přeočkováni proti nakažlivé chorobě. Je známo, že očkování je stresovým faktorem, a že po něm dochází ke zvýšení teploty. Posuďte, zda dojde také k významnému poklesu hmotnosti zvířete ( $\alpha = 0,05$ ). Hmotnost vepřů před a po očkování je uvedena v tabulce 8.

**Tab. 8**

Číslo zvířete	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hmotnost před očkováním (kg)	48	49	42	53	58	57	66	59	50	48
Hmotnost po očkování (kg)	45	44	43	50	55	56	62	59	51	45

*Řešení:*

Jedná se o závislé výběry

$H_0 : \mu_{PŘ} \leq \mu_{PO}$

$H_A : \mu_{PŘ} > \mu_{PO}$

$t = 3 \quad p_{pravostr.} = 7,478 \cdot 10^{-3} \quad H_0$  se zamítá ve prospěch  $H_A$

9. Na základě výsledků pokusu - viz tabulka 9 - posuďte, zda při zkrmování řepných skrojků dochází k průkazné změně v tučnosti mléka. Tučnost mléka byla měřena u deseti dojnic ve dvou obdobích. V období před zahájením zkrmování skrojků a v období při zkrmování skrojků.

S jakou spolehlivostí je změna průkazná?

**Tab. 9**

Průměrná tučnost mléka v období (%)

Číslo dojnice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Před zkrmováním skrojků	4,0	3,7	3,8	3,5	4,2	3,8	3,9	4,0	4,2	3,9
Při zkrmování	4,1	4,1	4,0	3,8	4,2	4,0	4,3	4,3	4,1	4,1

*Řešení:*

Jedná se o závislé výběry

$$H_0 : \mu_{P\check{R}} = \mu_{PO}$$

$$H_A : \mu_{P\check{R}} \neq \mu_{PO}$$

$$t = -3,873 \quad p = 3,77 \cdot 10^{-3} \quad H_0 \text{ se zamítá ve prospěch } H_A \text{ se spolehlivostí max.}$$

$$(1 - 0,377 \cdot 10^{-3}) \cdot 100 = 99,6 \% .$$

10. V lékařském odborném časopisu bylo uvedeno, že člověk večer váží víc než ráno. Veřejnost však tvrdí, že tomu tak není. Byl proto proveden pokus, při němž 12 náhodně vybraných lidí bylo před snídaní a před večeří zváženo na digitální váze - výsledky jsou uvedeny v tabulce 10.

S 95 %ní spolehlivostí rozhodněte, kdo má pravdu. S jakou spolehlivostí je průkazné, že lékaři mají pravdu?

**Tab. 10**

Hmotnost (kg)

Pořad.číslo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ráno	75,2	86,6	92,4	69,9	79,7	71,5	82,8	98,5	91,0	69,3	87,6	90,8
Večer	76,4	86,2	92,4	70,4	80,0	71,8	82,7	98,7	90,9	69,9	88,4	90,8

*Řešení:*

Jedná se o závislé výběry

$$H_0 : \mu_{RA} \geq \mu_{VE}$$

$$H_A : \mu_{RA} < \mu_{VE}$$

$$t = -2,139 \quad p_{levostr.} = 0,028 \quad H_0 \text{ se zamítá ve prospěch } H_A, \text{ se spolehlivostí max.}$$

$$(1 - 0,028) \cdot 100 = 97,2 \% .$$