

## Téma 7. Řešené příklady

1. Posuďte, zda zákazníci na českém automobilovém trhu preferují některou ze čtyř světových značek automobilů, máte-li k dispozici údaje o počtu prodaných automobilů v letech 2000 - 2004, získaných od sedmi náhodně vybraných autorizovaných prodejců každé značky.

**Tab. 1**

| Značka     | Prodané množství (ks) |      |      |     |     |     |      |
|------------|-----------------------|------|------|-----|-----|-----|------|
|            | I.                    | II.  | III. | IV. | V.  | VI. | VII. |
| Ford       | 433                   | 689  | 315  | 757 | 439 | 615 | 549  |
| Opel       | 777                   | 1011 | 558  | 559 | 645 | 381 | 554  |
| Volkswagen | 543                   | 780  | 478  | 443 | 718 | 785 | 397  |
| Renault    | 443                   | 621  | 305  | 651 | 722 | 512 | 210  |

Napište, kterou ze statistických metod jste při řešení použili, a proč.

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

Pomocný test:

$$H_0: \mu_F = \mu_O = \mu_V = \mu_R$$

$$H_0: \sigma_F^2 = \sigma_O^2 = \sigma_V^2 = \sigma_R^2$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$\text{Leven} : F = 0,099; p = 0,96; H_0 \text{ se nezamítá.}$$

Analýza rozptylu: :  $F = 0,866; p = 0,472; H_0$  se nezamítá.

2. U 42 náhodně vybraných studentů I. ročníku jednotlivých magisterských studijních programů ZF JU byly zjištěny výsledky zápočtového testu z matematiky. (Test byl u všech oborů stejný.) Získané výsledky jsou uvedeny v tabulce 2.

**Tab. 2**

| Obor | Získané počty bodů |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ZT   | 10                 | 12 | 12 | 13 | 11 | 12 | 12 | 12 | 13 | 12 | 11 | 8  | 4  | 12 |
| ÚFŘP | 15                 | 14 | 12 | 10 | 13 | 13 | 14 | 11 | 12 | 14 | 12 | 14 | 11 | 12 |
| PÚPN | 11                 | 15 | 15 | 13 | 8  | 15 | 13 | 14 | 15 | 14 | 15 | 15 | 10 | 12 |

Lze na základě zjištěných hodnot usoudit, že:

- vyrovnanost znalostí z matematiky je u všech sledovaných studijních programů stejná?
- Úroveň znalostí z matematiky závisí studijním programem? Kteří studenti umí matematiku nejlépe?

*Řešení:*

$$a) H_0: \sigma_{ZT}^2 = \sigma_{ÚFŘP}^2 = \sigma_{PÚPN}^2$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$\text{Leven} : F = 0,614; p = 0,546; H_0 \text{ se nezamítá.}$$

- b) Jedná se o nezávislé výběry vykazující homoskedasticitu.

$$H_0: \mu_{ZT} = \mu_{ÚFŘP} = \mu_{PÚPN}$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$\text{Analýza rozptylu: } : F = 4,358; p = 0,02; H_0 \text{ se zamítá.}$$

LSD test: studenti studijních programů ÚFŘP a PÚPN mají průkazně lepší znalosti než studenti ZT.

3. Společnost s ručením omezeným, zaměřená na prodej značkové sportovní obuvi, vlastní v ČR 30 obchodů. Zjistěte, zda zákazníci prokazatelně preferují některou značku, máte-li k dispozici údaje o průměrném počtu kusů prodaných za měsíc r. 2004 v šesti náhodně vybraných prodejnách s.r.o. - údaje jsou uvedeny v tabulce 3.

**Tab. 3**

| Značka   | Prodejna |    |    |    |    |    |
|----------|----------|----|----|----|----|----|
|          | 1        | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| Adidas   | 25       | 29 | 28 | 27 | 30 | 24 |
| Nike     | 22       | 19 | 23 | 24 | 30 | 17 |
| Ree-bock | 24       | 27 | 28 | 27 | 30 | 28 |

Lze předpokládat, že je variabilita prodeje obuvi sledovaných značek stejná?

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

Pomocný test:

$$H_0: \mu_A = \mu_N = \mu_R$$

$$H_0: \sigma_A^2 = \sigma_N^2 = \sigma_R^2$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$\text{Leven} : F = 1,42; p = 0,27; H_0 \text{ se nezamítá.}$$

Analýza rozptylu: :  $F = 4,58; p = 0,027; H_0$  se zamítá.

LSD test: Nejméně je preferována značka Nike. V preferenci Adidas a Reebok není průkazný rozdíl.

4. Pět ras psů se zúčastnilo armádního výcviku. Po ukončení výcviku byly provedeny zkoušky u šesti náhodně vybraných psů každé rasy. Jednalo se o zkoušku z chůze u nohy a cviků sedni - lehni - vstaň, zadržení pachatele, stopa, aportování a překážky. Každý pes byl v každé disciplíně bodován. Ukazatelem úrovně výcviku je pak součet získaných bodů.

Rozhodněte, zda lze předpokládat, že kvalita výcviku závisí nejen na tom, kdo výcvik vede, ale i na tom, jaká rasa se cvičí, máte-li k dispozici výsledky zkoušek - viz tabulka 4.

**Tab. 4**

| Rasa          | Pes |    |    |    |    |    |
|---------------|-----|----|----|----|----|----|
|               | 1   | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| Německý ovčák | 98  | 95 | 89 | 90 | 97 | 95 |
| Dobrman       | 80  | 85 | 76 | 56 | 80 | 70 |
| Rotvailer     | 95  | 90 | 93 | 89 | 87 | 75 |
| Velký knírač  | 69  | 81 | 78 | 85 | 89 | 90 |
| Briard        | 78  | 69 | 65 | 80 | 78 | 78 |

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

Pomocný test:

$$H_0: \mu_N = \mu_D = \mu_R = \mu_V = \mu_B$$

$$H_0: \sigma_N^2 = \sigma_D^2 = \sigma_R^2 = \sigma_V^2 = \sigma_B^2$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$\text{Leven} : F = 1,016; p = 0,418; H_0 \text{ se nezamítá.}$$

Analýza rozptylu: :  $F = 8,065; p = 0,0003; H_0$  se zamítá.

LSD test: NO získal prokazatelně více bodů než všechny ostatní rasy kromě R; R i VK mají prokazatelně více bodů než B; D získal prokazatelně více bodů než R.

5. Rozhodněte, zda majitelé automobilů preferují některou z firem vyrábějících žárovky, máte-li k dispozici informace o počtu prodaných žárovek v deseti náhodně vybraných obchodech s autodíly - viz tabulka 5.

**Tab. 5**

Průměrný počet prodaných žárovek za měsíc

| Výrobce | Obchod |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|         | 1      | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| Narva   | 100    | 300 | 300 | 90  | 90  | 220 | 70  | 210 | 245 | 380 |
| Tesla   | 170    | 120 | 65  | 155 | 215 | 110 | 200 | 180 | 78  | 139 |
| Tugram  | 150    | 80  | 195 | 200 | 90  | 68  | 125 | 96  | 100 | 135 |

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

$$H_0: \mu_N = \mu_T = \mu_{TU}$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

Pomocný test:

$$H_0: \sigma_N^2 = \sigma_T^2 = \sigma_{TU}^2$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

Leven :  $F = 6,69$ ;  $p = 0,004$ ;  $H_0$  se zamítá.

KW test: :  $H = 3,071$ ;  $p = 0,215$ ;  $H_0$  se nezamítá.

6. V odborné literatuře se uvádí, že odrůda rajských jablíček Bonset je určena k rychlení. Je tedy nejlépe pěstovat ji ve skleníku, popřípadě ve fóliovníku. Tři sousedé zahrádkáři se rozhodli, že se přesvědčí, zda na výnosy má významný vliv prostředí, kde jsou rostliny pěstovány. Chtějí zkusit i pěstování na záhonu. Pokusu věnují 1 m<sup>2</sup>, kam zasadí čtyři rostliny a budou pečlivě vážit úrodu z každé z nich.

Záhony mají všichni, koncem sklizně tedy získali 12 údajů, fóliovníky mají dva zahrádkáři - získali proto 8 hodnot a skleník má pouze jeden zahrádkář - proto jsou k dispozici jen 4 hodnoty. Všechny informace jsou uvedeny v tabulce 6.

**Tab. 6**

Výnos na jednu rostlinu (kg)

|           |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Záhon     | 2,5 | 3,1 | 2,9 | 3,2 | 2,7 | 2,9 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,0 | 2,7 | 2,5 |
| Foliovník | 3,9 | 3,5 | 3,8 | 3,3 | 3,6 | 3,7 | 3,2 | 2,7 |     |     |     |     |
| Skleník   | 4,2 | 4,1 | 3,8 | 3,2 |     |     |     |     |     |     |     |     |

Spolu se zahrádkáři vyhodnoťte informace a rozhodněte, zda a jaký vliv má stanoviště na výnosy rajských jablíček odrůdy Bonset.

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

$$H_0: \mu_Z = \mu_F = \mu_S$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

Pomocný test:

$$H_0: \sigma_Z^2 = \sigma_F^2 = \sigma_S^2$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

Leven :  $F = 0,581$ ;  $p = 0,568$ ;  $H_0$  se nezamítá.

Analýza rozptylu: :  $F = 12,449$ ;  $p = 0,0003$ ;  $H_0$  se zamítá.

LSD test: Rajčata pěstovaná ve fóliovníku a skleníku dávají prokazatelně vyšší výnosy než rajčata na záhonu.

7. Anketou bylo zjišťováno, kolik časopisů se měsíčně kupuje. Respondenti, kteří odevzdali anketní lístek, byli rozděleni do tří skupin: studenti, pracující, důchodci - informace jsou uvedeny v tabulce 7.

**Tab. 7**

| Skupina   | Počet časopisů koupených za měsíc |
|-----------|-----------------------------------|
| Studenti  | 3, 5, 0, 8, 6, 0, 4, 6, 10, 9     |
| Pracující | 5, 7, 6, 5, 7, 5, 5, 10, 8        |
| Důchodci  | 1, 3, 2, 3, 1, 3, 1               |

Je prokazatelné, že v některé z uvedených sociálních skupin se kupuje méně časopisů? Pokud takovou skupinu (skupiny) najdete, lze z toho odvodit, že lidé této skupiny méně čtou?

*Řešení:*

Jedná se o nezávislé výběry

Pomocný test:

$$H_0: \mu_S = \mu_P = \mu_D$$

$$H_0: \sigma_S^2 = \sigma_P^2 = \sigma_D^2$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

$$\text{Leven} : F = 4,434; p = 0,025; H_0 \text{ se zamítá.}$$

KW test:  $H = 9,919; p = 0,007; H_0$  se zamítá.

Neményi: Důchodci si kupují prokazatelně méně časopisů než studenti a pracující. Z toho však nevyplyvá, že méně čtou.

8. U vysokoškoláků ,bydlících na koleji, jsou oblíbené polévky "z pytlíku", protože patří mezi rychlá teplá jídla. Chtěli jsme zjistit, zda studenti prokazatelně preferují některou ze značek. Proto jsme v rámci anketního šetření oslovili 15 náhodně vybraných studentů a ti hodnotili jednotlivé značky pomocí stupnice oblíbenosti:

5 = nejoblíbenější, kupuji výhradně tuto značku;

4 = oblíbená, kupuji většinou tuto značku;

3 = není špatná, někdy jí koupím;

2 = téměř nekupuji;

1 = vůbec nekupuji.

Odpovědi jsou uvedeny v tabulce 8.

**Tab. 8**

Výsledky anketního šetření

| Značka | Osoby |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|--------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
|        | 1     | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Vitana | 5     | 5 | 5 | 5 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4  | 5  | 3  | 5  | 3  | 3  |
| Knorr  | 3     | 1 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4 | 1 | 1 | 2  | 3  | 1  | 1  | 5  | 5  |
| Maggi  | 2     | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1  | 3  | 1  | 3  | 2  | 3  |

Lze předpokládat, že jsou všechny tři značky stejně oblíbené?

Pokud je statistický rozdíl mezi značkami prokazatelný, rozdělte polévky do skupin podle stupně oblíbenosti.

Jaké statistické metody jste při řešení problému použili a proč?

*Řešení:*

Jedná se o závislé výběry

$$H_0: \mu_V = \mu_K = \mu_M$$

$$H_A: \text{non } H_0$$

Friedman:  $Q = 14,140$ ;  $p < 0,00085$ ;  $H_0$  se zamítá.

Neményi: exaktní hodnoty při  $1-\alpha \geq 0,95$ : Vitana, Knorr, Maggi – pořadí zápisu je pořadí oblíbenosti.

aproximované hodnoty při  $1-\alpha = 0,95$ : Vitana je oblíbenější než Maggi.

9. Softwarová firma dodává na trh herní software. Aby poznala, jaký typ her je u zákazníků nejoblíbenější a půjde tedy i nejvíc na odbyt, oslovila 10 náhodně vybraných zákazníků. Ti ohodnotili jednotlivé typy her známkami od jedné do čtyř. (Jednička je nejlepší známka.) Výsledky jsou uvedeny v tabulce 9.

**Tab. 9**

| Typ her    | Hodnocení zákazníků |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|------------|---------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
|            | 1.                  | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| Akční      | 2                   | 3  | 1  | 4  | 2  | 1  | 2  | 1  | 3  | 2   |
| Logické    | 4                   | 1  | 1  | 3  | 4  | 2  | 2  | 3  | 1  | 1   |
| Simulátory | 3                   | 4  | 4  | 1  | 1  | 2  | 3  | 1  | 2  | 3   |
| Strategie  | 1                   | 2  | 1  | 4  | 3  | 3  | 2  | 4  | 2  | 1   |

Lze na základě uvedených informací prokázat, že některý typ her má u zákazníků větší oblibu? Pokud ano, který? Jaké statistické metody jste k řešení problému použili a proč?

*Řešení:*

Jedná se o závislé výběry

$H_0: \mu_A = \mu_L = \mu_S = \mu_{ST}$

$H_A: \text{non } H_0$

Friedman:  $Q = 0,793$ ;  $p = 0,851$ ;  $H_0$  se nezamítá.