

## Téma 8. Řešené příklady

1. Malá firma prováděla roku 2005 reklamní kampaň. Přitom sledovala měsíčně náklady na reklamu (tis. Kč) a zvýšení obrátu (tis. Kč) v porovnání se stejným měsícem roku 2004 - hodnoty jsou upraveny vzhledem k inflaci. Údaje jsou uvedeny v tabulce 1.

**Tab. 1**

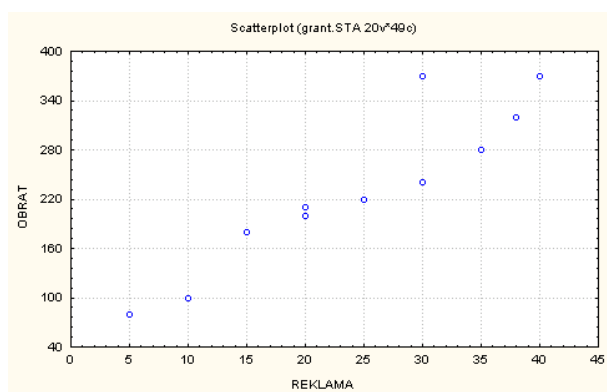
Měsíc	Náklady na reklamu	Zvýšení obrátu firmy	Měsíc	Náklady na reklamu	Zvýšení obrátu firmy
1	5	80	7	25	220
2	10	100	8	30	240
3	15	180	9	30	370
4	20	200	10	35	280
5	20	210	11	38	320
6	25	220	12	40	370

- Rozhodněte, který regresní model nejlépe vystihuje vazbu mezi sledovanými ukazateli.
- Vypočítejte parametry tohoto modelu - napište regresní vztah.
- Prostřednictvím testu zjistěte, zda lze model zjednodušit. Pokud ano, proveďte to.
- Empirické i teoretické hodnoty závisle proměnné graficky znázorněte.
- Vypočítejte a interpretujte ukazatele těsnosti vzájemné vazby.
- S 95 %ní spolehlivostí odhadněte, jak se v průměru změní výše obrátu, jestliže firma do reklamy investuje polovinu přírůstku obrátu za měsíc prosinec.

Řešení:

- Problematika a korelační pole – viz obr. 1

**Obr. 1**



signalizují lineární vazbu mezi sledovanými ukazateli.

b)  $y' = 42,4 + 7,77857x$

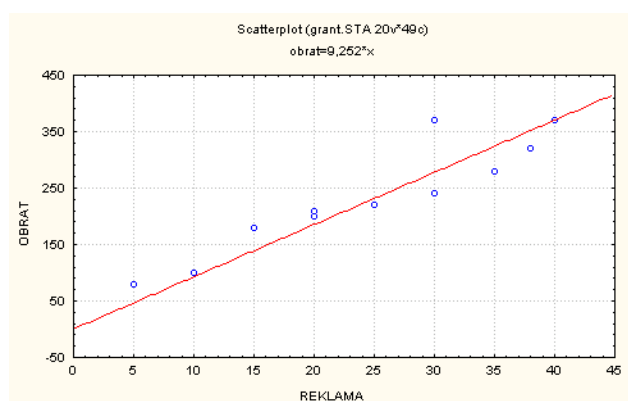
c)

	Úroveň p
Intercept	0,146557
REKLAMA	1,68E-05

Lze vypustit absolutní člen.

$y' = 9,252x$

d)



e)  $r = 0,988$  - těsnost vazby je velmi vysoká;  $r^2 = 0,977$  - téměř z 98% lze variabilitu obratu vysvětlit variabilitou nákladů na reklamu.

g) Pokud firma do reklamy investuje polovinu přírůstku obratu za měsíc prosinec (185 tis. Kč), lze s 95%-ní spolehlivostí očekávat průměrné zvýšení obratu v rozmezí 1538,46 – 1884,99.

2. Od firmy Audi jsme získali informace o maximální rychlosti a zdvihovém objemu benzínových motorů jejích aut - viz tabulka 2.

**Tab. 2**

Zdvihový objem $\text{cm}^3$	Max. rychlost $\text{km/hod.}$
1595	191
1781	205
1781	222
2598	220
2771	240
1781	217
1781	216
2393	222
2771	236
2771	235
3697	245
4172	250
1595	188
1781	202

- Vymodelujte vazbu mezi uvedenými ukazateli prostřednictvím lineárního, mocninného, exponenciálního a logaritmického modelu.
- Všechny modely graficky znázorněte a posuďte, který z nich dostatečně těsně vystihuje vzájemný vztah mezi oběma ukazateli.
- Vypočítejte a interpretujte index korelace a index determinace u logaritmického modelu.

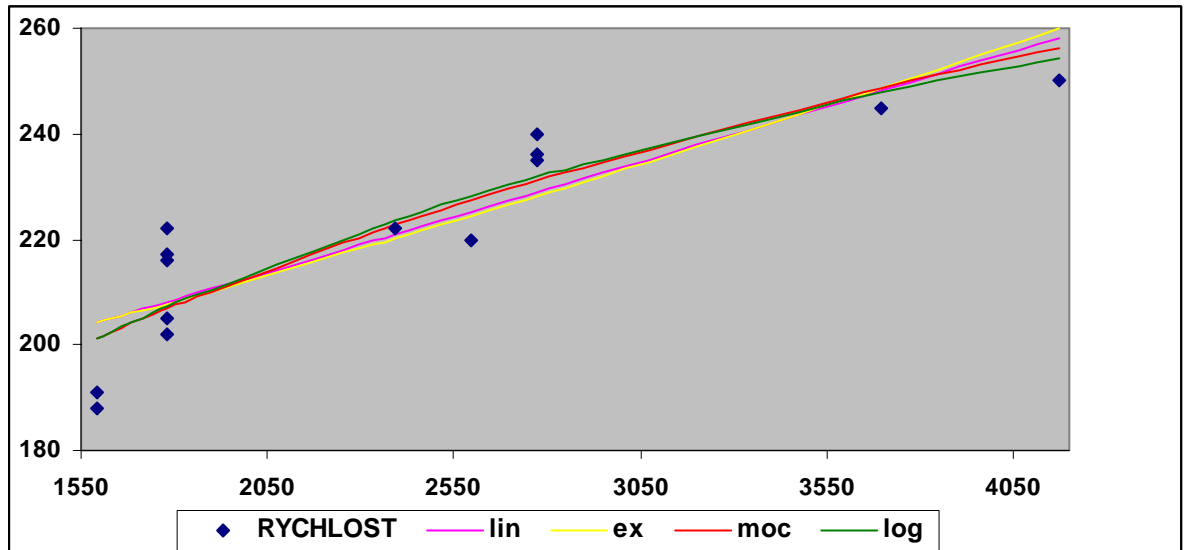
Řešení:

- Lineární model:  $y' = 170,94 + 0,0209x$   
Exponenciální model:  $y' = 175,6991 * 1,000094^x$

Mocninný model:  $y' = 31,6681x^{0,2508}$

Logaritmický model:  $y' = -206,8823 + 127,4333 \log x$

b)



Všechny uvažované funkce dobře modelují vzájemnou vazbu

- c)  $I = 0,9035$  jedná se o velmi vysokou těsnost korelační závislosti.  
 $I^2 = 0,816$  téměř z 82% lze variabilitu rychlosti vozu vysvětlit variabilitou zdvihového objemu motoru.

3. Při sledování vztahu mezi hloubkou půdního horizontu (půdy) a biologickou aktivitou půdy byly zjištěny údaje uvedené v tabulce 3.

**Tab. 3**

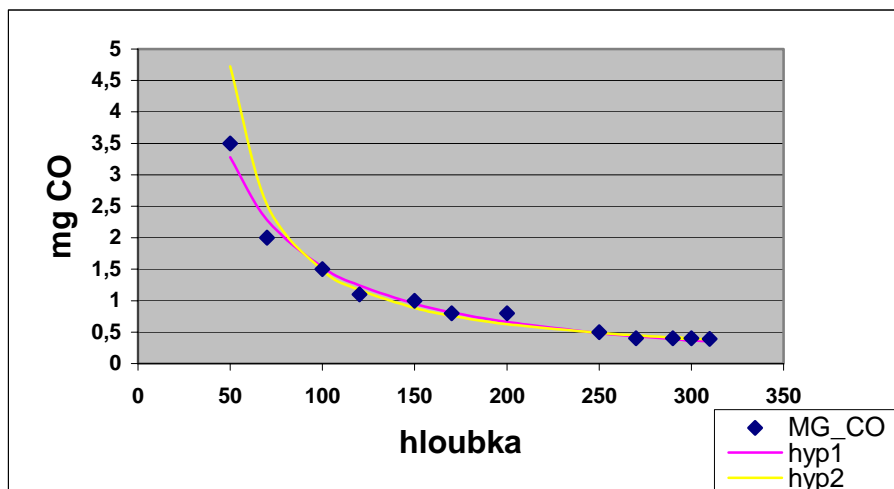
hloubka půdy (mm)	50	70	100	120	150	170	200	250	270	300	290	310
mg CO $\cdot$ 100g půdy $^{-1}\cdot$ hod $^{-1}$	3,5	2,0	1,5	1,1	1,0	0,8	0,8	0,5	0,4	0,4	0,4	0,39

- Rozhodněte, který regresní model nejlépe vystihuje vazbu mezi sledovanými ukazateli.
- Vypočítejte parametry tohoto modelu - napište regresní vztah.
- Graficky znázorněte empirické i teoretické hodnoty závisle proměnné.
- Vypočítejte a interpretujte hodnoty indexů korelace a determinace.
- Určete, jakou biologickou aktivitu půdy lze očekávat v hloubce 22 cm.
- Zjistěte, zda lze regresní model s vyšším ukazatelem těsnosti korelační závislosti zjednodušit. Pokud ano, proveďte to.

*Řešení:*

- Z podstaty problému vyplývá, že se jedná o některý ze dvou probíraných hyperbolických modelů.
- $y_1' = -0,213 + 174,66/x$        $y_2' = 1/(-0,2483 + 0,0092x)$

c)



Lepším modelem je hyp.1.

- d) U hyp.1 je  $I = 0,990$  - těsnost korelační závislosti je velmi vysoká.  
 $I^2 = 0,981$  - z 98,1% lze variabilitu mg CO vysvětlit variabilitou hloubky půdy.
- e) V hloubce 22 cm lze s 95%-ní spolehlivostí očekávat obsah mg CO v rozmezí 0,483 – 0,678.
- f) Model zjednodušit nelze.

4. U každého diabetika je velmi důležité stanovit optimální denní dávku přijatých sacharidů (v g/den). Ke stanovení optimální denní dávky příjmu sacharidů se přistupuje vždy, když se mění inzulínový režim. Přitom se zpočátku spoléhá na zkušenost lékaře a později na zkušenost diabetika. Ten si optimální příjem sacharidů odhaduje sám. Příjem sacharidů ovlivňuje množství glukózy v krvi. Množství (mmol/l) stanoví glukometr; mělo by se pohybovat v rozmezí 4,5 - 8,0 mmol/l. Studentka diabetička, která prošla kurzem statistiky, se rozhodla nespoléhat na zkušenost, ale na analýzu vlastních dat. Ví, že začátkem března se jí bude měnit inzulínový režim. Proto v únoru provedla následující pokus: v jednotlivých dnech si přesně dávkovala množství sacharidů a zapisovala průměrné denní hodnoty glukózy v krvi - viz tabulka 4.

**Tab. 4**

Dávka sacharidů g/den	Průměrné denní hodnoty glukózy v krvi (mmol/l)			
110	14,5	12,4	17,0	16,1
130	12,1	13,4	11,2	12,8
140	9,8	9,6	10,6	
150	4,1	3,4	2,9	3,1
160	7,3	5,1	5,8	6,6 4,9
170	8,9	8,8	9,4	11,7
200	14,3	15,1	14,7	13,8

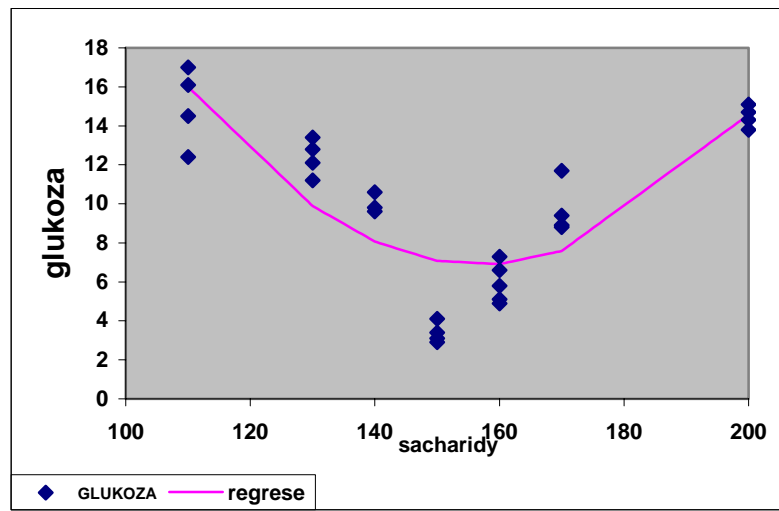
Údaje v tabulce signalizují, že příliš nízký i příliš vysoký příjem sacharidů zvyšuje hodnoty glukózy v krvi.

- Vymodelujte vztah mezi sledovanými ukazateli a spočítejte těsnost vazby.
- Regresní model spolu s empirickými hodnotami graficky znázorněte.
- Jakou denní dávku sacharidů považujete za optimální?
- Vhodnou induktivní metodou doplňte závěry získané prostřednictvím regresní a korelační analýzy.

Řešení:

a)  $y' = 108,855 - 1,2998x + 0,004142x^2$        $I = 0,839$        $I^2 = 0,704$

b)



- Je třeba spočítat minimum funkce. Optimální dávka sacharidů je 156,9g/den
- Pokud diabetička bude konzumovat optimální dávku sacharidů, lze s 95%-ní spolehlivostí očekávat obsah glukózy v rozmezí 5,6 – 8,1 mmol/l.